Zadanie 21

A=(-3;-5)

B=(4;-1)

C=(-2;3)

Obliczamy długości poszczególnych boków według wzoru

$$\left|AB\right|=\sqrt{\left(x\_{B}-x\_{A}\right)^{2}+\left(y\_{B}-y\_{A}\right)^{2}}$$

$$\left|AB\right|=\sqrt{\left(4+3\right)^{2}+\left(-1+5\right)^{2}}=\sqrt{49+16}=\sqrt{65}$$

$$\left|AC\right|=\sqrt{\left(-2+3\right)^{2}+\left(3+5\right)^{2}}=\sqrt{1+64}=\sqrt{65}$$

$$\left|BC\right|=\sqrt{\left(-2-4\right)^{2}+\left(3+1\right)^{2}}=\sqrt{36+16}=\sqrt{52}$$

Ramię ma długość $\sqrt{65}$

Zadanie 22

$$x^{3}-4x^{2}-3x+12=0$$

$$x\left(x^{2}-3\right)-4\left(x^{2}-3\right)=0$$

$$\left(x-4\right)\left(x^{2}-3\right)=0$$

$$\left(x-4\right)\left(x-\sqrt{3}\right)\left(x+\sqrt{3}\right)=0$$

$$x=4 x=\sqrt{3} x=-\sqrt{3}$$

Zadanie 23

Z twierdzenia Pitagorasa obliczamy długość przeciwprostokątnej

$$2^{2}+4^{2}=x^{2}$$

$$4+16=x^{2}$$

$$x^{2}=20 x=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$$

$$sinα=\frac{2}{2\sqrt{5}}=\frac{2\sqrt{5}}{10}=\frac{\sqrt{5}}{5}$$

$$cosα=\frac{4}{2\sqrt{5}}=\frac{4\sqrt{5}}{10}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$$

$$cosα∙sinα=\frac{2\sqrt{5}}{5}∙\frac{\sqrt{5}}{5}=\frac{10}{25}=\frac{2}{5}$$

Zadanie 24

$$\frac{5+3+6+x+3}{5}=4$$

$$17+x=20$$

$$x=3$$

W celu wyznaczenia mediany z danych ocen należy je ustawić w kolejności rosnącej i znaleźć liczbę środkową

3,3,3,5,6, mediana to 3

Zadanie 25

W ciągu arytmetycznym wyraz środkowy jest średnią arytmetyczną wyrazów sąsiednich czyli:

$$3=\frac{x-2+x+6}{2}$$

$$6=x-2+x+6$$

$$6=2x+4$$

$$2x=2$$

$$x=1$$

Zadanie 26

P1 – przepływ przez rurę pierwszą

t1 – czas napełniania zbiornika przez rurę pierwszą

p2 – przepływ przez rurę drugą

t1 – czas napełniania zbiornika przez rurę drugą

Zadanie 27

$$Ω=6^{2}=36$$

$$A=\left\{\begin{array}{c}\left(1;2\_{1}\right),\left(1;2\_{2}\right),\left(2\_{1};1\right),\left(2\_{2};1\right),\left(2\_{1}3\_{1}\right),\left(2\_{1}3\_{2}\right),\left(2\_{1}3\_{3}\right),\left(2\_{2}3\_{1}\right),\left(2\_{2}3\_{2}\right),\\\left(2\_{2}3\_{3}\right),\left(3\_{1}2\_{1}\right),\left(3\_{1}2\_{2}\right),\left(3\_{2}2\_{1}\right),\left(3\_{2}2\_{2}\right),\left(3\_{3}2\_{1}\right),\left(3\_{3}2\_{2}\right)\end{array}\right\}=16$$

$$P\left(A\right)=\frac{A}{Ω}=\frac{16}{36}=\frac{4}{9}$$

Zadanie 28

AB=AC=BC=a=8

CD – wysokość podstawy (trójkąta równobocznego)

$$CD=\frac{a\sqrt{3}}{2}=\frac{8\sqrt{3}}{2}=4\sqrt{3}$$

 S

 SD – wysokość ostrosłupa

 AD=BD=4

 AS=BS=7

 A D B obliczam wysokość ostrosłupa korzystając z twierdzenia pitagorasa dla trójkąta DBS

$$DB^{2}+DS^{2}=BS^{2}$$

$$16+DS^{2}=49$$

$$DS^{2}=33$$

$$DS=\sqrt{33}$$

 S obliczam długość CS korzystając z twierdzenia pitagorasa dla trójkąta SDC

 $CD^{2}+SD^{2}=CS^{2}$

 $(4\sqrt{3})^{2}+(\sqrt{33})^{2}=CS^{2}$

 $48+33=CS^{2}$

 D C $CS^{2}=81$

$$CS=9$$

Zadanie 29

D

C

b-y

b

y

a-x

a

x

M

A

B

Wprowadzając takie oznaczenia jak na rysunku powyżej otrzymujemy:

$$AM^{2}=x^{2}+y^{2}$$

$$CM^{2}=\left(b-y\right)^{2}+\left(a-x\right)^{2}$$

$$DM^{2}=\left(a-x\right)^{2}+y^{2}$$

$$BM^{2}=\left(b-y\right)^{2}+x^{2}$$

$$AM^{2}+CM^{2}=DM^{2}+BM^{2}$$

$$x^{2}+y^{2}+\left(b-y\right)^{2}+\left(a-x\right)^{2}=\left(a-x\right)^{2}+y^{2}+\left(b-y\right)^{2}+x^{2}$$

$$b^{2}-2by+y^{2}+a^{2}-2ax+x^{2}=a^{2}-2ax+x^{2}+b^{2}-2by+y^{2}$$

$$0=0$$